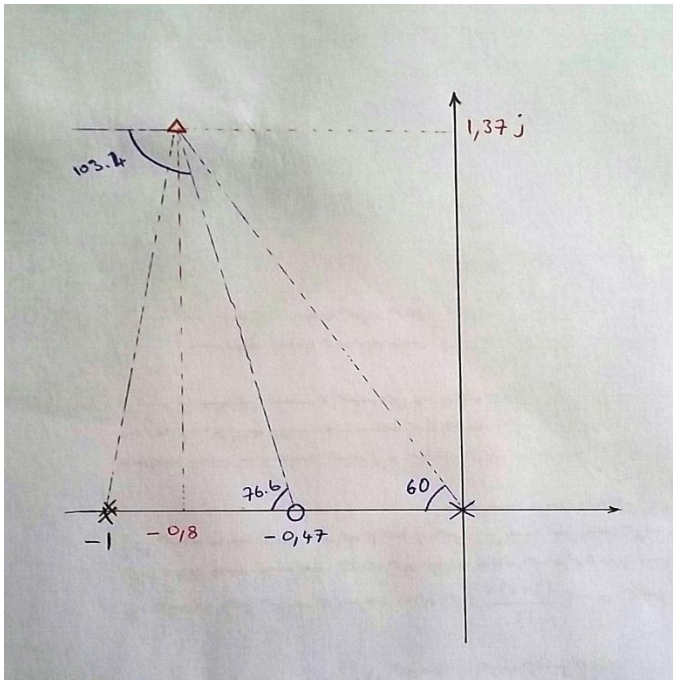
با نام او

حل آزمون کنترل خطی - بهار ۹۴

پاسخ ۱- زمان نشست 5 یعنی ثابت زمانی 1.25 که این نیز یعنی قسمت حقیقی قطب‌ها باید 0.8 باشد. فراجهش 16% ضریب میرایی 0.5 یا $\frac{\alpha}{\beta} = 0.583$ را نتیجه می‌دهد و این یعنی زاویهٔ $60°$ و یعنی قسمت موهومی نیز 1.37 باشد. و اما چون خطای مانابه ورودی پله باید صفر گردد لذا یک انتگرالگیر باید در مسیر پیشرو باشند که چون سامانه خود ندارد پس جبرانساز ما باید یکی داشته باشد که این در ساده‌ترین حالت جبرانساز PI به صورت $k\frac{s+z}{s}$ را می‌طلبد. پس ترکیب صفر و قطب‌ها به همراه جبرانساز به صورت شکل زیر می‌شود.



از شرط زاویه برای جایابیِ قطب‌های مطلوب داریم:

$$-(120) - 2\,tan^{-1}\frac{1.37}{0.2} + \varphi = -180 \;\; \varphi = 103.4 \;\rightarrow\; x = 1.37 \,/\, tan\,76.6 = 0.33$$
$$\rightarrow z = -0.8 + 0.33 = 0.47$$

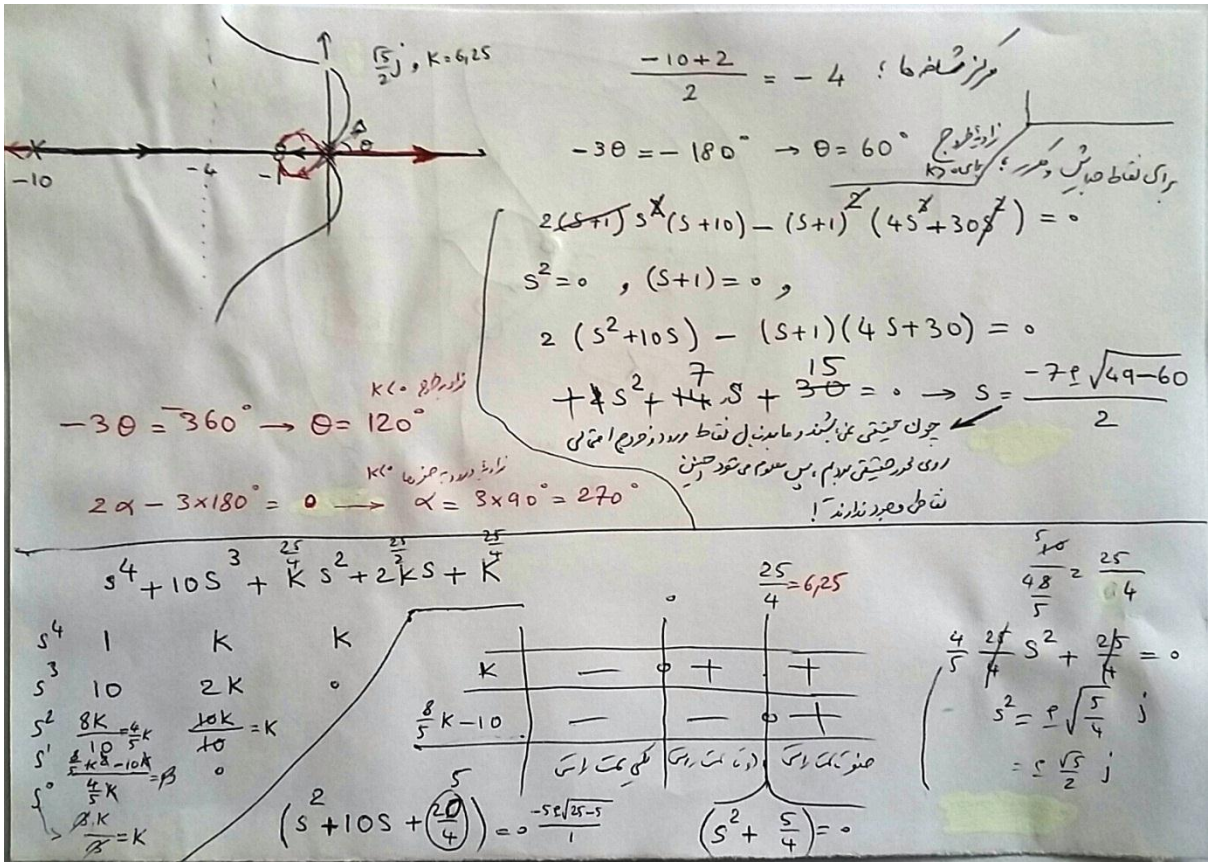
از شرط بهرهٔ مکان نیز برای بهرهٔ کل داریم:

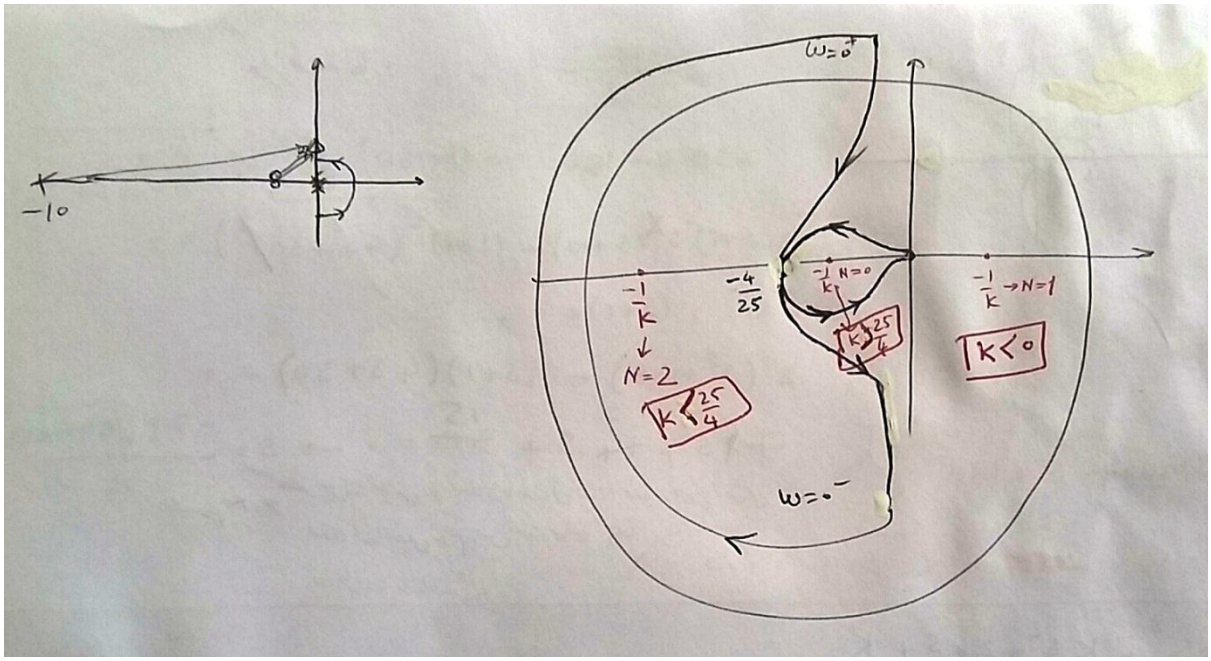
$$k_{\text{کل}} = \frac{(0.2^2 + 1.37^2)\sqrt{0.8^2 + 1.37^2}}{\sqrt{1.37^2 + 0.33^2}} = 2.16 \rightarrow \;\; k = \frac{k_{\text{کل}}}{k_{\text{جبرانساز}}} = \frac{2.16}{1} = 2.16$$

لذا جبرانساز : $2.16\frac{s+0.47}{s}$

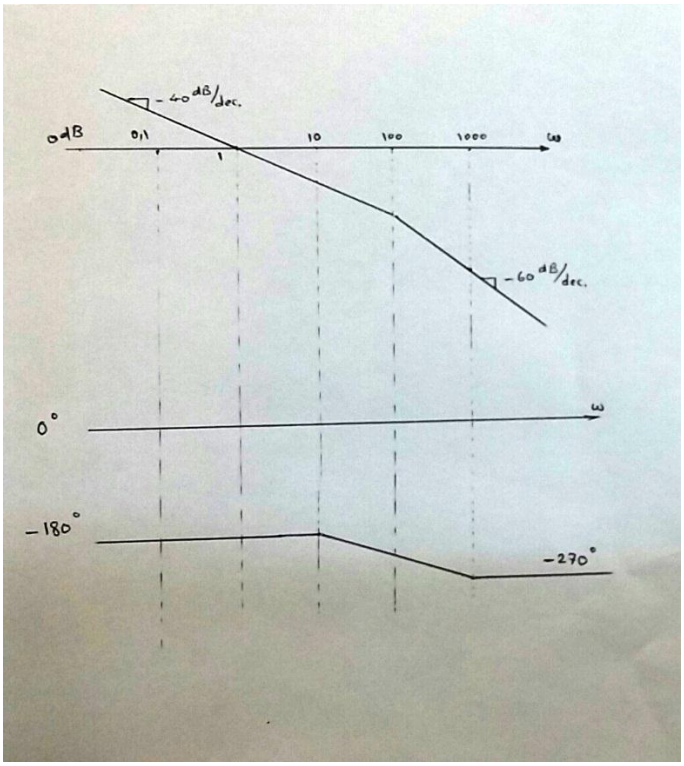
و اما خطای مانا به شیب $t \equiv \frac{1}{s^2}$ خواهد بود: $\frac{1}{k_{\text{ثابت}}} = \frac{1}{2.16 \cdot 0.47} = 1.014$

پاسخ ۲-





پاسخ۳- الف- نمایش بودی در شکل زیر آمده است.



ب- از شکل روشن است که هیچ فرکانسی نیست که اگر فرکانس گذر بهره شود، حد فـاز بدهـد کـه بتـوان سامانهٔ حلقه بستهٔ پایداری داشت و لذا با بهرهٔ تنها ممکن نیست سامانهٔ حلقه بستهٔ پایداری بدست آورد.

ج- می‌دانیم که یک پیش‌فاز معقول حداکثر حدود $60°$ فاز می‌دهد. از طرفی دیـده مـی‌شـود کـه هـر چـه فرکانس بزرگتری را برای گذر بهره بگزینیم(تا پهنای باند بزرگتری بیابیم) فاز کاهش می‌یابد و لـذا بایـد تـا جایی برویم که اگر 60 را اضافه کنیم به $-150°$(حدفاز $30°$)برسیم و این یعنی فاز باید هم‌اکنون $-210°$ باشد. برای یافتن این داریم:

$$-180° - \tan^{-1}\frac{\omega}{100} = -210 \rightarrow \quad \omega = 100\tan 30° = 57.7$$

پس برای پیش‌فاز داریم:

$$\omega_m^2 = zp = 58^2 \quad , \quad \varphi_m = 60° \rightarrow \sin 60° = \frac{a-1}{a+1} = 0.866 \rightarrow \quad a = \frac{p}{z} \cong 14$$

$$\rightarrow \quad 14\,z^2 = 58^2 \rightarrow \quad z = \frac{58}{\sqrt{14}} \cong 15.5 \rightarrow \quad p = 217 \rightarrow \quad H(s) = k\frac{s+15.5}{s+217}$$

و اما برای kی جبرانساز باید توجه کنیم که فرکانس 58 باید گذر بهره گردد، لذا داریم:

$$k\frac{\sqrt{58^2+15.5^2}}{\sqrt{58^2+217^2}}\ \frac{1}{58^2}\ \frac{100}{\sqrt{58^2+100^2}} = 1 \rightarrow \quad H(s) = 14550\ \frac{s+15.5}{s+217}$$

و سپاس ویژهٔ اوست!